Pro každý vekt. prostor $V$ se skalárním součinem a každé $u, v \in V$ platí:

$$< u, v > \leq ||u|| \cdot ||v||$$

(kde $||u||$ je norma vektoru $u$, tj. $||u|| = \sqrt{\langle v, v \rangle}$

**Důkaz:**
Použijeme nově definovanou proměnnou $t \in \mathbf{R}$ a zavedeme funkci

$$p(t) := < u + t \cdot v, u + t \cdot v > = ||u + tv||^2$$

Víme: $p(t) \geq 0 \ \forall t \in \mathbf{R}$ (z axiomu 1 skal. součinu). Z linearity plyne, že $< u + tv, u + tv > = < u, u + tv > + t < v, u + tv > = < u, u > + t < u, v > + t < v, u > + t^2 < v, u > = ||u||^2 + 2t < u, v > + t^2 ||v||^2$. Tj. dostáváme $p(t)$ jako kvadratickou funkci proměnné $t$:

$$p(t) = t^2 ||v||^2 + 2t < u, v > + ||u||^2$$

Protože $p(t)$ má nezáporné hodnoty na celém $\mathbf{R}$, musí mít tato rovnice max. jedno řešení, tj. diskriminant při počítání kořenů nesmí být kladný:

$$D = b^2 - 4ac = 4 < u, v >^2 - 4||u||^2 ||v||^2 \leq 0$$

Po vydělení čtyřmi a odmocnění dostáváme

$$| < u, v > | \leq ||u|| \cdot ||v||$$

Q.E.D.